

# İSTATİSTİK II

## Regresyon ve Korelasyon Analizi 3

Dr. Öğretim Üyesi Muhlis ÖZDEMİR

# Örnek 1

Bir ailede yaşayan kişi sayısı ile aylık su tüketimini gösteren tablo aşağıdaki gibidir.

- A) Basit doğrusal regresyon denklemini hesaplayınız.
- B) 8 kişilik bir ailenin ne kadar su tüketeceğini hesaplayınız.
- C) Korelasyon katsayısını hesaplayınız.

# Örnek 1

Su Tüketimi(m <sup>3</sup> )	Kişi Sayısı
20	4
20	4
14	2
12	2
14	3
12	2
22	5
22	6
24	7
20	5

# Çözüm 1 A)

Tahmini( $y'$ ) değeri  $b_0 + b_1x$  olduğuna göre, Normal denklemleri kullanarak  $b_0$  ve  $b_1$  katsayılarının hesaplanması gerekmektedir.

- $\Sigma y = nb_0 + b_1\Sigma x$
- $\Sigma xy = b_0\Sigma x + b_1\Sigma x^2$

Yukarıdaki hesaplamayı gerçekleştirebilmek için  $n, \Sigma y, \Sigma x, \Sigma xy$  ve  $\Sigma x^2$ 'yi hesaplamamız gerekir. Adım adım bu işlemleri gerçekleştirelim.

# Çözüm 1 A)

Gözlem sayısı 10  
olduğundan  $n = 10$  olur.

	Su Tüketimi(m <sup>3</sup> )	Kişi Sayısı	$x \cdot y$
	20	4	$20 \cdot 4 = 80$
	20	4	80
	14	2	28
	12	2	24
	14	3	42
	12	2	24
	22	5	110
	22	6	132
	24	7	168
	20	5	100
<b>TOPLAM</b>	$\sum y = 180$	$\sum x = 40$	$\sum xy = 788$

# Çözüm 1 A)

Su Tüketimi(m <sup>3</sup> )	Kişi Sayısı	$x*y$	$x^2$
20	4	80	$4^2 = 16$
20	4	80	16
14	2	28	4
12	2	24	4
14	3	42	9
12	2	24	4
22	5	110	25
22	6	132	36
24	7	168	49
20	5	100	25
$\sum y = 180$	$\sum x = 40$	$\sum xy = 788$	$\sum x^2 = 188$

# Çözüm 1 A)

$$n = 10, \Sigma y = 180, \Sigma x = 40, \Sigma xy = 788, \Sigma x^2 = 188$$

olarak bulunmuştur. Aşağıda yer alan denklemde yerlerine koyalım.

- $\Sigma y = nb_0 + b_1 \Sigma x$
- $\Sigma xy = b_0 \Sigma x + b_1 \Sigma x^2$

$$\begin{aligned} 180 &= 10b_0 + 40b_1 \\ 788 &= 40b_0 + 188b_1 \end{aligned}$$

# Çözüm 1 A)

$$\begin{aligned}180 &= 10b_0 + 40b_1 \\788 &= 40b_0 + 188b_1\end{aligned}$$

1. Denklem -4 ile çarpılıp denklemler alt alta toplanırsa;

$$\begin{aligned}-720 &= -40b_0 - 160b_1 \\788 &= 40b_0 + 188b_1\end{aligned}$$

$$68 = 28b_1$$

Olacaktır.

$$\text{Buradan } b_1 = \frac{68}{28} \rightarrow b_1 = 2,4286$$

olarak bulunur.



# Çözüm 1 A)

$b_1 = 2,4286$  olduğuna göre bu değer normal denklemlerden herhangi birine yerleştirildiğinde  $b_0$  değeri de hesaplanabilir.

1. Denklemi dikkate alalım:

$180 = 10b_0 + 40b_1$  olduğuna göre

$b_1$  yerine  $2,4286$  yazılırsa:

$$180 = 10b_0 + 40 * 2,4286$$

$$180 = 10b_0 + 97,144$$

$$10b_0 = 180 - 97,144$$

$$10b_0 = 82,856$$

$$b_0 = \frac{82,856}{10} = 8,2856$$

olacaktır.

# Çözüm 1 A)

$b_1 = 2,4286$ ,  $b_0 = 8,2856$  olarak bulunduğuna göre regresyon denklemi:

$$y = b_0 + b_1x$$
$$y = 8,2856 + 2,4286x$$

olacaktır.

# Çözüm 1 B)

regresyon denklemi:

$$y = 8,2856 + 2,4286x$$

olduğuna göre bu değer tahmin amaçlı kullanılabilir.

8 kişilik bir ailenin ne kadar su tüketeceğini hesaplamamız istendiğine göre:

$$y = 8,2856 + 2,4286 * 8$$
$$y = 27.7144$$

8 kişilik bir ailenin tahminen 27.7144 m<sup>3</sup> su tüketmesi beklenir.

# Çözüm 1 C)

$y' = 8,2856 + 2,4286x$  regresyon  
denklemini ile tahmin( $y'$ ) yapılır.  $x = 4$  için  
 $y' = 8,2856 + 2,4286 * 4 \rightarrow y' = 18$  olur.

Su Tüketimi(m <sup>3</sup> )	Kişi Sayısı	$x*y$	$x^2$	Tahmin( $y'$ )
20	4	80	16	18
20	4	80	16	18
14	2	28	4	13.14286
12	2	24	4	13.14286
14	3	42	9	15.57143
12	2	24	4	13.14286
22	5	110	25	20.42857
22	6	132	36	22.85714
24	7	168	49	25.28571
20	5	100	25	20.42857
$\sum y = 180$	$\sum x = 40$	$\sum xy = 788$	$\sum x^2 = 188$	$\sum y' = 180$

# Çözüm 1 C)

Bütün kareler toplam(BKT) değerini hesaplamak için  $(y - \bar{y})^2$  yapılır.  $\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{180}{10} \rightarrow \bar{y} = 18 \text{ m}^3$   
Su tüketimi  $20 \text{ m}^3$  olduğunda  $(20 - 18)^2 = 4$

Su Tüketimi(m <sup>3</sup> )	Kişi Sayısı	$x \cdot y$	$x^2$	Tahmin(y')	BKT:(y - $\bar{y}$ ) <sup>2</sup>
20	4	80	16	18	4
20	4	80	16	18	4
14	2	28	4	13.14286	16
12	2	24	4	13.14286	36
14	3	42	9	15.57143	16
12	2	24	4	13.14286	36
22	5	110	25	20.42857	16
22	6	132	36	22.85714	16
24	7	168	49	25.28571	36
20	5	100	25	20.42857	4
$\sum y = 180$	$\sum x = 40$	$\sum xy = 788$	$\sum x^2 = 188$	$\sum y' = 180$	$\Sigma(y - \bar{y})^2 = 184$

# Çözüm 1 C)

Bütün kareler toplamı(BKT) =  $\Sigma(y - \bar{y})^2$  : 184  
olarak bulunmuştur.

Korelasyonu hesaplamak için Açıklanamayan(Hata) kareler toplamı(HKT) =  $\Sigma(y - y')^2$  değerinin bulunması gerekir.

# Çözüm 1 C)

Hata kareleri değerini hesaplamak için  $(y - y')^2$  yapılır.  $(20-18)^2=4$

Su Tüketimi(m <sup>3</sup> )	Kişi Sayısı	$x*y$	$x^2$	Tahmin( $y'$ )	Hata:( $y - y'$ ) <sup>2</sup>
20	4	80	16	18	4
20	4	80	16	18	4
14	2	28	4	13.14286	0.734694
12	2	24	4	13.14286	1.306122
14	3	42	9	15.57143	2.469388
12	2	24	4	13.14286	1.306122
22	5	110	25	20.42857	2.469388
22	6	132	36	22.85714	0.734694
24	7	168	49	25.28571	1.653061
20	5	100	25	20.42857	0.183674
$\sum y = 180$	$\sum x = 40$	$\sum xy = 788$	$\sum x^2 = 188$	$\sum y' = 180$	$\Sigma(y - y')^2 = 18,86$

# Çözüm 1 C)

Bütün kareler toplamı(BKT) =  $\Sigma(y - \bar{y})^2$  : **184** olarak bulunmuştu.

Açıklanamayan(Hata) kareler toplamı(HKT) =  $\Sigma(y - y')^2$  : **18,86** olarak bulunmuştur.

Korelasyon katsayısı;

- $r_{yx} = \sqrt{1 - \frac{\Sigma(y-y')^2}{\Sigma(y-\bar{y})^2}}$  bir başka ifade ile

- $r_{yx} = \sqrt{1 - \frac{HKT}{BKT}}$

formülü ile hesaplanmaktadır.



# Çözüm 1 C)

$$\Sigma(y - \bar{y})^2 = \Sigma(y' - \bar{y})^2 + \Sigma(y - y')^2$$

- Bütün kareler toplamı(BKT) =  $\Sigma(y - \bar{y})^2$  : 184
- Açıklanamayan(Hata) kareler toplamı(HKT) =  $\Sigma(y - y')^2$  : 18,86

Korelasyon katsayısı;

$$r_{yx} = \sqrt{1 - \frac{HKT}{BKT}} \rightarrow r_{yx} = \sqrt{1 - \frac{18,86}{184}} = 0,9474$$

Ailede yaşayan kişi sayısı ile su tüketimi arasında %94,74 korelasyon vardır.

# Örnek 2

Gelir ile tasarrufu gösteren tablo aşağıdaki gibi olduğuna göre;

- A) Basit doğrusal regresyon denklemini hesaplayınız.
- B) Geliri 30 pb olan birinin ne kadar tasarruf edeceğini hesaplayınız.
- C) Korelasyon katsayısını hesaplayınız.

İpucu: bağımlı ve bağımsız değişkenin hangisi olduğuna doğru karar vermeniz gerekir. Aksi takdirde hatalı tahminler elde edersiniz.

# Örnek 2

Tasarruf	Gelir
5,5	28
5	25
12	55
10,5	60
7	40