

# YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI II

## MARKOV ANALİZİ

Dr. Öğretim Üyesi Muhlis ÖZDEMİR

# Markov Analizi

- Markov analizi mevcut olasılıklardan hareketle gelecekteki olasılıkları hesaplamada kullanılan bir yöntemdir.
- Olasılıklarla ilgilenen Markov Analizi 1905 yılında A. A. Markov tarafından geliştirilmiştir.
- Yöntemin en temel özelliği belirsizlik durumudur.

# Markov Analizi

- Markov analizinde, bir durumdan diğer duruma geçişin daha önceki geçişlere bağlı olmadığı varsayılmaktadır. Yani örneğin bir markadan başka bir markaya geçişin olasılığı sabittir.
- Markov analizinde bir diğer önemli özellik ise uzun vadedeki yapıdır. Belirli bir duruma ait uzun vade olasılığının sabit olduğu varsayılır.

# Durum ve Durumlara ilişkin Olasılıklar

- Gelecekteki durumun ihtimalini önceden tahmin etmek için, bir durumdan diğer duruma geçiş ihtimallerinin bilinmesi gerekir. Bu matris Geçiş Matrisi olarak adlandırılır. Her bir olaya durum adı verilir.

# Markov Analizinin Varsayımları

- Durumlar seti sonludur.
- Gelecekteki durum değişimi zaman içinde sabittir.
- Problemdaki olayların ölçeği sabittir.
- Gelecekteki durumların olasılığı bir önceki olaya bağlıdır.

# Durum Tahmini

Bir problemde olay sayısı kadar durum olacaktır.

$n$ , durum sayısını göstermek üzere;

$\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n = 1., 2., \dots, n'inci durumlar$

# Durum Tahmini

Belirli bir bölgede yaşayan 10.000 kişiden 6.000'i A mağazasından, 3.000'i B mağazasından ve 1.000'i de C mağazasından alışveriş gerçekleştiriyorsa bu işleme ait durumlar aşağıdaki gibi ifade edilir;

1. Durum: A mağazasından Alışveriş: %60
2. Durum: B mağazasından Alışveriş: %30
3. Durum: C mağazasından Alışveriş: %10

$\pi_0 = (0,60; 0,30; 0,10)$  olarak ifade edilebilir.

$\pi_0$ : 1. periyottaki durum uzayı vektörüdür.

# Durum Tahmini

$\pi_0$  ile başlangıç durumu ifade edilmektedir.

$P_{ij}$ : mevcut durumdan, gelecekteki  $j$  durumuna geçme olasılığını göstermek üzere geçiş matrisi aşağıdaki gibi olacaktır.

- $n$  durum sayısını göstermek üzere;
- Geçiş matrisi  $P$  ile ifade edilirse;

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}$$



# Geçiş Matrisi

$P_{ij}$  olasılıkları genellikle geçmiş deneyimlerden belirlenir. Örneğin zaman içinde A mağazasından alışveriş yapanların %20'si bir sonraki periyotta B mağazasına geçiyorsa; 1. durumdan 2. duruma geçiş olasılığı  $P_{12} = 0.20$  olacaktır.

# Uzun Vadede Denge

- $\pi_{n+1} = \pi_n \cdot P$
- $\pi_1 = \pi_0 \cdot P$

Uzun vadede denge durumu;

- $\pi = \pi \cdot P$

formülleri vasıtasıyla hesaplanır.

# ÖRNEK 1

X caddesi üzerinde iki lokanta vardır: A ve B lokantaları. Bir müşterinin bir lokantada yemek yemesinin daha önce hangi lokantada yemek yediği ile bağlantılı olduğu tespit edilmiştir. Lokantalar arası geçiş matrisi aşağıda verilmiştir.

a. Lokantaların pazar paylarını hesaplayınız.

Durumlar	A	B
A	0,80	0,20
B	0,30	0,70

# ÖRNEK 1

Durumlar	A	B
A	0,80	0,20
B	0,30	0,70

$$(A, B) = (A, B) * \begin{pmatrix} 0,80 & 0,20 \\ 0,30 & 0,70 \end{pmatrix}$$

$$1) A = 0,80A + 0,30B$$

$$2) B = 0,20A + 0,70B$$

$$3) A + B = 1 \rightarrow B = 1 - A$$

denklemlerden ilkinine  $B = 1 - A$  ifadesi yazılırsa;

A denklemi için:

$A = 0,80A + 0,30(1 - A)$  ifadesi elde edilir.

# ÖRNEK 1

$$A = 0,80A + 0,30(1 - A) \rightarrow$$

$$A = 0,80A + 0,30 - 0,30A$$

olacaktır.

$$A = 0,80A + 0,30 - 0,30A \rightarrow A = 0,50A + 0,30$$

$$0,50A = 0,30 \rightarrow A = \frac{0,30}{0,50} \rightarrow A = 0,60$$

$A + B = 1$  olduğundan  $B=0,40$  olacaktır.

A lokantasının Pazar payı %60 iken B lokantasının Pazar payı %40 olacaktır.

# ÖRNEK 1

Durumlar	A	B
A	0,80	0,20
B	0,30	0,70

$$A + B = 1 \rightarrow A = 1 - B$$

B denklemi için:

$$B = 0,20A + 0,70B$$

$$B = 0,20(1 - B) + 0,70B \rightarrow$$

$$B = 0,20 - 0,20B + 0,70B \text{ olacaktır.}$$

# ÖRNEK 1

$$B = 0,20 - 0,20B + 0,70B \rightarrow B = 0,50B + 0,20$$

$$0,50B = 0,20 \rightarrow B = \frac{0,20}{0,50} \rightarrow B = 0,40$$

$A + B = 1$  olduğundan  $A=0,60$  olacaktır.

B lokantasının Pazar payı %40 iken A lokantasının Pazar payı %60 olacaktır.