

YÖNEYLEM ARAŐTIRMASI II

MARKOV ANALIZI 2

Dr. Öğretim Üyesi Muhlis ÖZDEMİR

Durum Tahmini

π_0 ile başlangıç durumu ifade edilmektedir.

P_{ij} : mevcut durumdan, gelecekteki j durumuna geçme olasılığını göstermek üzere geçiş matrisi aşağıdaki gibi olacaktır.

- n durum sayısını göstermek üzere;
- Geçiş matrisi P ile ifade edilirse;

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}$$

Uzun Vadede Denge

- $\pi_{n+1} = \pi_n \cdot P$
- $\pi_1 = \pi_0 \cdot P$

Uzun vadede denge durumu;

- $\pi = \pi \cdot P$

formülleri vasıtasıyla hesaplanır.

ÖRNEK 1

b. Aynı cadde üzerinde C lokantası açılması durumunda oluşan geçiş matrisini dikkate alarak uzun vadede lokantaların pazar paylarının ne olacağını hesaplayınız.(Geçen haftaki sorunun devamı)

Durumlar	A	B	C
A	0,60	0,20	0,20
B	0,20	0,50	0,30
C	0,10	0,20	0,70

Çözüm 1 b)

Geçiş Matrisi:

$$P = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,7 \end{pmatrix}$$

Uzun Vadede Pazar Payları

$$(A, B, C) = (A, B, C) * \begin{pmatrix} 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,7 \end{pmatrix}$$

Çözüm 1 b)

$$(A, B, C) = (A, B, C) * \begin{pmatrix} 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,7 \end{pmatrix}$$

$$1) \quad (A, B, C) = \{(0,6A + 0,2B + 0,1C); (0,2A + 0,5B + 0,2C); (0,2A + 0,3B + 0,7C)\}$$

$$2) \quad A = 0,6A + 0,2B + 0,1C$$

$$3) \quad B = 0,2A + 0,5B + 0,2C$$

$$4) \quad C = 0,2A + 0,3B + 0,7C$$

$$5) \quad A + B + C = 1$$

- Yukarıda yer alan 2-5 denklemleri A bilinmeyeni ile ifade edilirse;

Çözüm 1 b)

- 1) $A = 0,6A + 0,2B + 0,1C \rightarrow 0,4A = 0,2B + 0,1C$
- 2) $B = 0,2A + 0,5B + 0,2C \rightarrow -0,2A = -0,5B + 0,2C$
- 3) $C = 0,2A + 0,3B + 0,7C \rightarrow -0,2A = 0,3B - 0,3C$
- 4) $A + B + C = 1 \rightarrow A = 1 - B - C$ olacaktır.

• Yukarıda yer alan denklemlerde A görülen yere $1 - B - C$ ifadesi yazılır.

- 1) $0,4(1 - B - C) = 0,2B + 0,1C \rightarrow 0,4 - 0,4B - 0,4C = 0,2B + 0,1C \rightarrow 0,4 = 0,6B + 0,5C$
- 2) $-0,2(1 - B - C) = -0,5B + 0,2C \rightarrow -0,2 + 0,2B + 0,2C = -0,5B + 0,2C \rightarrow 0,2 = 0,7B$
- 3) $-0,2(1 - B - C) = 0,3B - 0,3C \rightarrow -0,2 + 0,2B + 0,2C = 0,3B - 0,3C \rightarrow 0,2 = -0,1B + 0,5C$

Çözüm 1 b)

$$1) \quad 0,4=0,6B+0,5C$$

$$2) \quad 0,2=0,7B$$

$$3) \quad 0,2=-0,1B+0,5C$$

2 numaralı denklemden B'nin değeri $B = 2/7 = 0,286$ olarak bulunur.

1 ve 3 numaralı denklemler alt alta toplanır;

$0,6=0,5B+C$ elde edilir. B yerine 0,286 yazılırsa;

$0,6 = 0,5(0,286)+C \rightarrow C=0,457$ olarak bulunur.

B'nin değeri 0,285 idi.

$A=1-B-C$ olduğundan $A=1-0,286-0,457 = 0,257$ olarak bulunur.

Çözüm 1 b)

Bir önceki haftada yer alan örnekte piyasada yalnızca A ve B lokantaları varken uzun vadede denge bir başka ifade ile pazar payları:

A Lokantası %60,

B Lokantası %40 idi.

C Lokantasının piyasaya girmesi ile pazar payları şu şekilde değişecektir:

A'nın Pazar payı %25,7

B'nin Pazar payı %28,6

C'nin Pazar payı %45,7

ÖRNEK 2

Gümüşhane'deki hava tahmin merkezi çalışanlarınca bir güne ait hava durumunun, bir önceki günün hava durumuna bağlı olduğu düşünülmektedir. Hava durumu yalnızca güneşli ve bulutlu olarak ele alındığında aşağıdaki başlangıç durumu elde edilmiştir.

KANALLAR	Güneşli	Bulutlu
Güneşli	0,85	0,15
Bulutlu	0,20	0,80

ÖRNEK 2

KANALLAR	Güneşli	Bulutlu
Güneşli	0,85	0,15
Bulutlu	0,20	0,80

- Yılda beklenen güneşli ve bulutlu gün sayısı nedir?
- Eğer bugün hava güneşli ise izleyen iki günün de güneşli olması ihtimali nedir?
- Eğer bugün hava bulutlu ise izleyen iki günün sadece birinde havanın bulutlu olması ihtimali nedir?

ÖRNEK 2

Geçiş Matrisi:

$$P = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,15 \\ 0,20 & 0,80 \end{pmatrix}$$

Uzun Vadede Denge:

$$(G, B) = (G, B) * \begin{pmatrix} 0,85 & 0,15 \\ 0,20 & 0,80 \end{pmatrix}$$

ÖRNEK 2

$$1) \quad G = 0,85G + 0,20B$$

$$2) \quad B = 0,15G + 0,80B$$

$$3) \quad G + B = 1 \rightarrow B = 1 - G$$

denklemlerden ilkinine $B = 1 - G$ ifadesi yazılırsa;

G denklemini için:

$$G = 0,85G + 0,20(1 - G) \rightarrow G = 0,85G + 0,2 - 0,2G$$

$$G = 0,65G + 0,2 \rightarrow 0,35G = 0,2 \rightarrow G = \frac{0,20}{0,35} = 0,571$$

$$G = 0,571 \rightarrow B = 0,429 \text{ olarak bulunur.}$$

ÖRNEK 2

a) $G = 0,571$ ve $B = 0,429$ bulunduğundan;

Güneşli Gün Sayısı: $365 * 0,571 = 208$ Gün

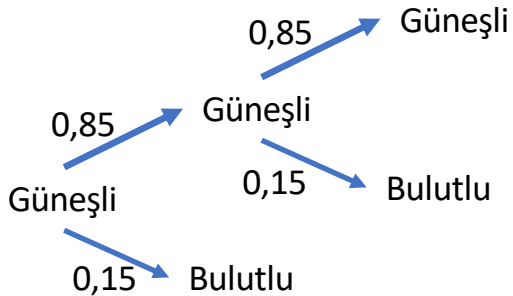
Bulutlu Gün Sayısı: $365 * 0,429 = 157$ Gün

olarak bulunur.

ÖRNEK 2

Durumlar	Güneşli	Bulutlu
Güneşli	0,85	0,15
Bulutlu	0,20	0,80

b) Eğer bugün hava güneşli ise izleyen iki günün de güneşli olması ihtimali nedir?



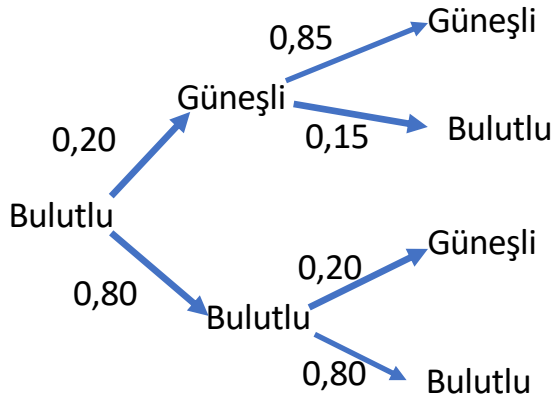
$$P=0,85 * 0,85 = 0,7225$$

İhtimal %72,25'tir.

ÖRNEK 2

Durumlar	Güneşli	Bulutlu
Güneşli	0,85	0,15
Bulutlu	0,20	0,80

c)Eğer bugün hava bulutlu ise izleyen iki günün sadece birinde havanın bulutlu olması ihtimali nedir?



$$P=0,20 * 0,15 = 0,03$$

İhtimal %3'tür.

$$P=0,80 * 0,20 = 0,16$$

İhtimal %16'dır.

$P=0,03 + 0,16 = 0,19$ 'dur. %19 ihtimalle sadece 1 gün hava bulutlu olacaktır.

ÖRNEK 3

TV’de akşam haberlerini izleyenlerin sayısının, bir önceki gün haberlerin izlenmesi ile etkileşim içinde olduğu tespit edilmiştir. Z kanalı yönetimince bu gerçek dikkate alınarak aşağıdaki geçiş matrisi oluşturulmuştur:

KANALLAR	X	Y	Z
X	0,65	0,10	0,25
Y	0,15	0,75	0,10
Z	0,20	0,30	0,50

ÖRNEK 3

- a) Hangi kanalın izleyicileri izledikleri kanala daha bağılıdır?
- b) Kanalların uzun vadede pazar paylarını hesaplayınız.
- c) 50 milyon haber izleyicisi mevcut olsun. Bir kanalın haberlerinin, 1 milyon izleyici tarafından izleniyor olması halindeki günlük geliri 14.000 TL ise, her bir kanalın uzun vadede ortalama günlük gelirin ne kadar olacağını hesaplayınız.

ÖRNEK 3 ÇÖZÜM a

a) Hangi kanalın izleyicileri izledikleri kanala daha bağlıdır?

KANALLAR	X	Y	Z
X	0,65	0,10	0,25
Y	0,15	0,75	0,10
Z	0,20	0,30	0,50

En Yüksek bağlılık düzeyi gösteren izleyici kesimi Y kanalının izleyicileridir.

ÖRNEK 3 ÇÖZÜM b

Geçiş Matrisi:

$$P = \begin{pmatrix} 0,65 & 0,10 & 0,25 \\ 0,15 & 0,75 & 0,10 \\ 0,20 & 0,30 & 0,50 \end{pmatrix}$$

Uzun Vadede Denge:

$$(X, Y, Z) = (X, Y, Z) * \begin{pmatrix} 0,65 & 0,10 & 0,25 \\ 0,15 & 0,75 & 0,10 \\ 0,20 & 0,30 & 0,50 \end{pmatrix}$$

X'in Pazar payı %32,5
Y'nin Pazar payı %42,7
Z'nin Pazar payı %24,8

Olacaktır.

ÖRNEK 3 ÇÖZÜM C

X' in Pazar payı : %32,5 → $0,325 * 50 * 14000 = 227.500$ TL

Y'nin Pazar payı : %42,7 → $0,427 * 50 * 14000 = 298.900$ TL

Z'nin Pazar payı : %24,8 → $0,248 * 50 * 14000 = 173.600$ TL

En yüksek haber izleme oranına sahip olan Y kanalının geliri en yüksek olacaktır.