İSTATİSTİK II
Hipotez Testleri 3

Dr. Öğretim Üyesi Muhlis ÖZDEMİR

Örnek 1

A şehrinde faaliyet gösteren bir nakliye firması B şehrine taşınmayı düşünmektedir. A şehrindeki taşıma görevlilerinin aylık ortalama ücreti 2250 TL'dir. Firma A şehrindeki ücretlerle B şehrindeki ücretlerin anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını test etmek istemektedir. Bu amaçla B şehrinden tesadüfi olarak 100 işçi seçmiş, ortalama işçi ücretlerinin 2300 TL ve standart sapmasının 100 TL olduğunu belirlemiştir. %5 anlamlılık düzeyinde firmanın B şehrine taşınması mantıklı mıdır?

Çözüm

Hipotez testi 4 aşamadan oluşur.

- 1. Hipotez yazılır.

$H_0: \mu = 2250$ ve $H_1: \mu \neq 2250$ (='den dolayı çift taraflı hipotez)

- 2. Güven düzeyi(anlamlılık düzeyi) belirlenir.

$\alpha =$ %5 veya %95 güven düzeyi, Çift taraflı hipotez için standart normal dağılım tablosunda z değerinin -1,96 ve 1,96 olması anlamına gelir.

Çözüm

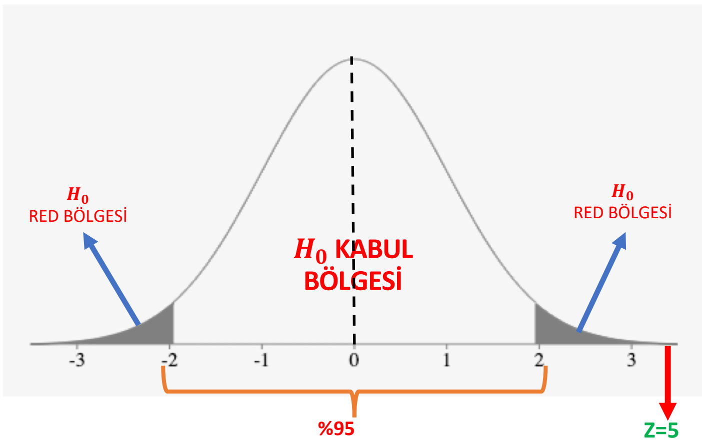
- 3. Örnek istatistiği hesaplanır.

- $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \frac{100}{\sqrt{100}} = 10$

- $z = \frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma_{\overline{x}}} \rightarrow z = \frac{(2300 - 2250)}{10} \rightarrow 5$

Çözüm

- 4. Karar Aşaması
- %95 güven düzeyi için
- Z değerinin 5 çıkması nedeniyle kritik değerin dışında kalmıştır. Bu nedenle H_0 reddedilir. B şehrindeki ücretler A şehrindeki ücretlerden anlamlı bir şekilde farklıdır. Taşınmak mantıklı değildir.



Ho kabul bölgesi -1,96 ile 1,96 arası

Örnek 2

Bir fabrikada üretilen metal tellerin dayanıklılığı 10 cm^2'de 415 kg.'dir. Fabrika tellerin dayanıklılığını artırmak için üretim sürecinde yeni bir karışım kullanmış ve yeni üretim tekniği sayesinde seçilen 144 telin ortalama dayanıklılığı 420 kg., standart sapmasının da 14.4 kg. olduğu saptanmıştır. %99 olasılıkla yeni üretim şeklinin tellerin dayanıklılığını arttırdığı söylenebilir mi?

Çözüm

- $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \frac{14.4}{\sqrt{144}} = 1,2$
- $n \geq 30 \rightarrow \bar{X} = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2}$
- **%99 güven düzeyi, z değerinin $\pm$2,58 olması anlamına gelir.**

- $\sigma_{\bar{x}} = 420 \ \pm 2,58 * (1,2) \rightarrow 416,904 \leftrightarrow 423,096$

$416,904 \leftrightarrow 423,096$ kg olarak tahmin edilir.

%99 olasılıkla dayanıklılık yaklaşık 417 ile 423,1 kg arasındadır. Üretim sürecinde kullanılan karışım tellerin dayanıklılığını arttırmıştır.

Örnek 3

Bir sektörde faaliyet gösteren firmalarda çalışan işçilerin ortalama maaşlarını %99 olasılıkla saptamak üzere 10.000 işçi arasından 640 işçi seçilmiş aylık ortalama ücretin 2280 TL, standart sapmanın da 98 TL olduğu saptanmıştır. Sektördeki işçi maaşlarının aralığını hesaplayınız.

Çözüm

- $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \frac{98}{\sqrt{640}} = 3{,}874$
- $n \geq 30 \rightarrow \bar{X} = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2}$
- **%99 güven düzeyi, z değerinin $\pm$2,58 olması anlamına gelir.**

- $\sigma_{\bar{x}} = 2280 \ \pm 2{,}58 * (3{,}874)$→2270.005$\leftrightarrow$ 2289,995

2270.005$\leftrightarrow$ 2289,995 TL olarak tahmin edilir.

%99 olasılıkla işçi ücretleri 2270 TL ile 2290 TL arasındadır.

Örnek 4

Bir tuz fabrikasında 500 gr.'lık paketlemelerle üretim gerçekleştirilmektedir. Üretilen paketlerin standart sapmasının 20 gr. olduğu bilinmektedir. Tesadüfi olarak seçilen 30 kutunun ortalama ağırlığı 507 gr. olduğuna göre %5 anlamlılık düzeyinde üretimin standarda uygun olduğu söylenebilir mi?

Çözüm

Hipotez testi 4 aşamadan oluşur.

- 1. Hipotez yazılır.

$H_0: \mu = 500$ ve $H_1: \mu \neq 500$ (=‘den dolayı çift taraflı hipotez)

- 2. Güven düzeyi(anlamlılık düzeyi) belirlenir.

$\alpha =$ %5 veya %95 güven düzeyi, Çift taraflı hipotez için standart normal dağılım tablosunda z değerinin -1,96 ve 1,96 olması anlamına gelir.

Çözüm

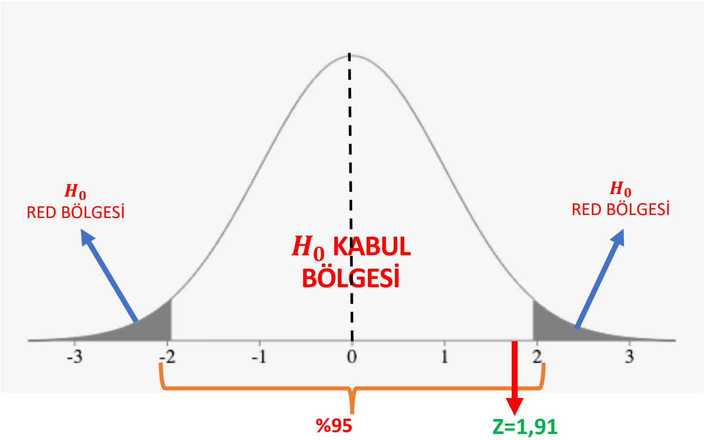
- 3. Örnek istatistiği hesaplanır.

- $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \to \frac{20}{\sqrt{30}} = 3.651484$

- $z = \frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma_{\overline{x}}} \to z = \frac{(507 - 500)}{3.651484} \to 1.917029$

Çözüm

- 4. Karar Aşaması
- %95 güven düzeyi için
- Z değerinin 1,917 çıkması nedeniyle Ho kabul bölgesinde kalmıştır. Bu nedenle H_0 kabul edilir. Gerçekleştirilen üretim standarda uygundur.



Ho kabul bölgesi -1,96 ile 1,96 arası

Örnek 5

Ortalama ağırlığı 900 gr. olan yumuşatıcıların üretildiği bir fabrikada, tesadüfi olarak seçilen 40 şişenin incelenmesi ile aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. %1 anlamlılık düzeyinde bu aşamada ortalama ağırlığın 900 gr. olduğu söylenebilir mi?

Ağırlık	Kutu Sayısı
885 - 895 den az	10
895 - 905 den az	15
905 - 915 den az	10
915 - 925 den az	5

Çözüm

Hipotez testi 4 aşamadan oluşur.

- 1. Hipotez yazılır.

$H_0: \mu = 900$ ve $H_1: \mu \neq 900$ (=‘den dolayı çift taraflı hipotez)

- 2. Güven düzeyi(anlamlılık düzeyi) belirlenir.

α = %1 veya %99 güven düzeyi, Çift taraflı hipotez için standart normal dağılım tablosunda z değerinin -2,58 ve 2,58 olması anlamına gelir.

Çözüm

- 3. Örnek istatistiği hesaplanır.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \frac{???}{\sqrt{40}} = ???$$

$$z = \frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma_{\bar{x}}} \rightarrow z = \frac{(??? - 900)}{???} \rightarrow ???$$

İlgili hesaplamaları gerçekleştirebilmek için seçilen 40 şişeye ait ortalama ağırlığı ve standart sapmayı hesaplamamız gerekir.

Örnek 5

Gruplanmış serilerde aritmetik ortalama:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i m_i}{\sum fi}$$

Öncelikle grup ortanca değeri(m_i) hesaplanır

Ağırlık(x_i)	**Kutu Sayısı(f_i)**	m_i
885 - 895 den az	10	(885+895)/2 = 890
895 - 905 den az	15	900
905 - 915 den az	10	910
915 - 925 den az	5	920

Örnek 5

Gruplanmış serilerde aritmetik ortalama:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i m_i}{\sum fi}$$

Daha sonra grup ortanca değerleri(m_i) frekans (f_i) ile ağırlıklandırılır.

Ağırlık(x_i)	Kutu Sayısı(f_i)	m_i	$f_i m_i$
885 - 895 den az	10	(885+895)/2 = 890	10*890=8900
895 - 905 den az	15	900	13500
905 - 915 den az	10	910	9100
915 - 925 den az	5	920	4600

Örnek 5

Gruplanmış serilerde aritmetik ortalama:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i m_i}{\sum fi}$$

Ağırlık(x_i)	Kutu Sayısı(f_i)	m_i	$f_i m_i$
885 - 895 den az	10	(885+895)/2 = 890	10*890=8900
895 - 905 den az	15	900	13500
905 - 915 den az	10	910	9100
915 - 925 den az	5	920	4600
	$\sum f_i = 40$		$\sum f_i m_i = 36100$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i m_i}{\sum fi} = \frac{36100}{40} = 902{,}5 \text{ gr.}$$

Örnek 5

Gruplanmış serilerde standart sapma:

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i(m_i - \bar{x})^2}{f_i - 1}} = \sqrt{\frac{3750}{40 - 1}} = 9{,}805$$

Ağırlık(x_i)	Kutu Sayısı(f_i)	m_i	$f_i m_i$
885 - 895 den az	10	(885+895)/2 = 890	10*890=8900
895 - 905 den az	15	900	13500
905 - 915 den az	10	910	9100
915 - 925 den az	5	920	4600

m_i-$\bar{x}$	$(m_i - \bar{x})^2$	$f_i(m_i - \bar{x})^2$
890 - 902,5 = -12,5	$(-12{,}5)^2 = 156{,}25$	10*156,25=1562,5
-2,5	6,25	93,75
7,5	56,25	562,5
17,5	306,25	1531,25
		$\sum f_i(m_i - \bar{x})^2 = 3750$

Çözüm

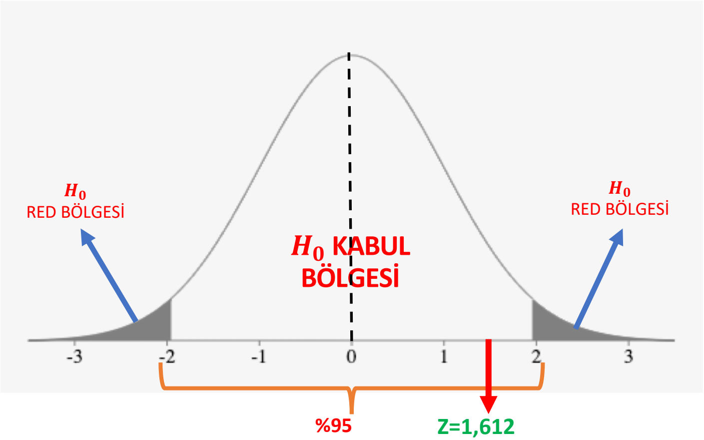
- 3. Örnek istatistiği hesaplanır.

- $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \frac{9,805}{\sqrt{40}} = 1,55$

- $z = \frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma_{\overline{x}}} \rightarrow z = \frac{(902,5 - 900)}{1,55} \rightarrow 1,612$

Çözüm

- 4. Karar Aşaması
- %99 güven düzeyi için
- Z değerinin 1,612 çıkması nedeniyle Ho kabul bölgesinde kalmıştır. Bu nedenle H_0 kabul edilir. Gerçekleştirilen üretim ortalama 900 gr.'dır ve standarda uygundur.



Ho kabul bölgesi -2,58 ile 2,58 arası