

OYUN TEORİSİ

OYUN NEDİR?

- “Oyun” iki veya daha fazla kişi/rakip arasında, her birinin kazanmak için çeşitli stratejiler uyguladığı bir karar ortamıdır.
- 1944’lü yıllarda oyun teorisi ilk olarak, savaş stratejilerinin planlanmasında kullanılmıştır.

OYUN TEORİSİ NEDİR?

- Oyun Teorisi, özetle insan davranışlarının oyunlar yoluyla açıklanabileceği fikrine dayalı bir matematik teoremdir. Teoremi ilk düşünen, matematikçi John Von Neumann'dır. Neumann'ın Oskar Morgenstern ile birlikte yazdıkları 'Oyunlar Teorisi ve Ekonomik Davranış' kitabıyla bir teoriye dönüştü. Kitapla birlikte konu üniversitelere ders olarak girdi ve matematik bölümlerinde 'Oyunlar Teorisi' adıyla öğretilmeye başlandı.

OYUN TEORİSİ NEDİR?

- Teoremin gelişmesini sağlayan bir diğer matematikçi, John Nash'tir. Oyun Teorisi, esas olarak iki teorem üstüne kuruludur. Bunlardan birincisi, min-max olarak bilinen ve John Von Neuman tarafından geliştirilen kuram, ikincisi ve çok daha önemlisi ise Nash tarafından oluşturulan 'Nash Dengesi' dir.

- Oyun teorisi, rekabet ortamında rakiplerin matematiksel olarak karar verme işlemlerinin soyut ifadesidir.
- Politikaların belirlenmesi, satış stratejileri ve reklam kampanyaları, firmalar arasındaki rekabet vb. konularda oyun teorisinden yararlanılmaktadır.

- Bu hafta iki kişi arasında oynanan sıfır toplamlı oyun konusu irdelenecektir. Bu tür bir oyunda iki oyuncu/rakip bulunacağından, bunlardan birinin kazancı diğerinin kaybına eşit olacaktır. Kazanç ve kayıp değerleri birbirine eşit olacağından bu değerlerin toplanması sıfır sonucunun elde edilmesine neden olacaktır. Bu yüzden sıfır toplamlı oyun denmektedir.

- Oyun teorisi, genel karar teorisinden farklı olarak her eylemin aktif bir eylemle karşılık gördüğü prensibine dayanmaktadır.
- Oyun teorisi çözüm yöntemleri olarak grafik yöntem veya doğrusal programlama kullanılabilir.

Oyun teorisinde kullanılan genel varsayımlar:

- 1- Oyuncular rasyoneldir, her oyuncu stratejisini kendisine en fazla avantaj sağlayacak şekilde seçer.
- 2- Oyunda yer alan seçenek sayısı sonludur.
- 3- Oyuncuların seçenekleri belirlidir, her bir oyuncunun diğer oyuncunun alternatif davranışlarını bildiği varsayılır.

Oyun Teorisinin Adımları:

- 1- Oyuna ait ödemeler matrisi oluşturulur.
- 2- Tam stratejinin olup olmadığı araştırılır.
- 3- Tam stratejinin söz konusu olması durumunda oyuna ait değer tespit edilmiş olur aksi taktirde oyunda yer alan üstün seçenekler ve zayıf stratejiler belirlenir.

Oyun Teorisinin Adımları:

- Oyunda yer alan üstün stratejiler, zayıf stratejileri eler.
- Oyun, grafik yöntemle ya da karma strateji ile çözülür ve oyunun değeri hesaplanır.

Örnek:

- A ve B firmaları pazarda duopol teşkil eden 2 büyük firmadır. Bu firmalardan A, Pazar payını artırabilmek için reklam stratejisi olarak biri televizyonda diğeri ise sosyal medyaya ilan verme şeklinde uygulanabilecek 2 strateji belirlemiştir. Bu durumu haber alan B firması da benzer stratejileri geliştirmiştir. İki kişili-sıfır toplamı olan bu oyunun sonucu taraflar hangi stratejiyi izlemelidir?

- Tarafların stratejileri ve bu stratejilerden ortaya çıkan “Ödemeler matrisi” aşağıda verilmiştir.
- Ödemeler matrisine ait elemanlar, belirli bir stratejinin karşılıklı uygulanması sonucunda B tarafından A'ya yapılacak ödemeleri yansıtmaktadır. Negatif değerler A'nın B'ye yapacağı ödemelerdir.

		B Oyuncusunun Stratejileri	
		Televizyon (Y1)	Sosyal Medya (Y2)
A Oyuncusunun Stratejileri	Televizyon (X1)	5	8
	Sosyal Medya (X2)	7	-2

- A oyuncusu Televizyona reklam verirse, B oyuncusu da Televizyona reklam verirse bir başka ifade ile A oyuncusu X1, B oyuncusu Y1 stratejisini oynarsa:
 - A Oyuncusu:5 kazanır B Oyuncusu: 5 kaybeder
- A oyuncusu Televizyona reklam verirse, B oyuncusu da Sosyal Medyaya reklam verirse bir başka ifade ile A oyuncusu X1, B oyuncusu Y2 stratejisini oynarsa:
 - A Oyuncusu:8 kazanır B Oyuncusu: 8 kaybeder

		B Oyuncusunun Stratejileri	
		Televizyon (Y1)	Sosyal Medya (Y2)
A Oyuncusunun Stratejileri	Televizyon (X1)	5	8
	Sosyal Medya (X2)	7	-2

- A oyuncusu Sosyal Medyaya reklam verirse, B oyuncusu da Televizyona reklam verirse bir başka ifade ile A oyuncusu X2, B oyuncusu Y1 stratejisini oynarsa:
 - A Oyuncusu:7 kazanır B Oyuncusu: 7 kaybeder
- A oyuncusu Sosyal Medyaya reklam verirse, B oyuncusu da Sosyal Medyaya reklam verirse bir başka ifade ile A oyuncusu X2, B oyuncusu Y2 stratejisini oynarsa:
 - A Oyuncusu:2 kaybeder B Oyuncusu: 2 kazanır

TAM STRATEJİ

- Bazı oyuncular, diğer oyuncunun uygulayacağı stratejileri dikkate almaksızın tek bir stratejiye yönelecektir. Bu durum Tam strateji uygulaması olarak bilinir.
- Tepe noktası (eyer noktası) bulunan bir oyunda oyunculardan birinin eyer noktası dışında bir stratejiyi seçmesi, ancak kendi durumunu daha güçleştirmeye neden olacaktır.

Örnek: Aşağıdaki örnekte bir eyer- tepe noktası olup olmadığı incelenecektir.

		B Oyuncusunun Stratejileri	
		B1	B2
A Oyuncusunun Stratejileri	A1	8	16
	A2	6	-20

Oyun teorisinde karar tiplerinden “**kötümserlik ilkesi**”nin hakim olduğu unutulmamalıdır!!!

		B Oyuncusunun Stratejileri		
A Oyuncusunun Stratejileri		B1	B2	Minimum kazanç
	A1	8	16	8 ← Maks.
	A2	6	-20	-20
	Maksimum kayıp	8 ↑ Min.	16	

Tüm değerler birbirine eşit ve tepe noktası 8'dir.

Oyunun değeri $=v= 8$ 'dir. A oyuncusu A1'i, B ise B1 stratejisini seçecektir.

Oyunun sonunda A oyuncusu 8 kazanacak ve B oyuncusu 8 kaybedecektir.

Örnek:Aşağıdaki oyunda bir tepe noktası var mıdır?

	2. Oyuncunun Stratejileri		
1. Oyuncunun Stratejileri	T1	T2	T3
S1	-6	-3	14
S2	14	10	18
S3	18	-4	-12

Çözüm:

		2. Oyuncunun Stratejileri			
1. Oyuncunun Stratejileri		T1	T2	T3	Minimum kazanç
	S1	-6	-3	14	-6
	S2	14	10	18	10 ← Maks.
	S3	18	-4	-12	-12
	Maksimum kayıp	18	10 ↑ Min.	18	

Tepe noktası 10'dur. Yani oyunun değeri $=v= 10'$ dır.

1. oyuncu S2'yi , 2. oyuncu ise T2 stratejisini seçecektir. 1. oyuncu 10 kazanırken, 2. oyuncu 10 kaybedecektir.

Örnek: Gümüşhane’de bulunan iki su firması ürünlerini depozitolu damacana, kullan at damacana ve 200 cc bardak su ile pazarlamaktadır. Her iki firma piyasada iyi tanındığı gibi, birisinin kazancı diğerinin zararı olmaktadır. Aşağıdaki ödeme matrisi A Firmasının olup, matristeki rakamlar TL’yi ifade etmektedir. Firmalar piyasaya hangi strateji ile girmelidir?

		FİRMA B		
		depozitolu damacana	depozitosuz damacana	bardak su
FİRMA A	depozitolu damacana	12	20	9
	depozitosuz damacana	-4	11	0
	bardak su	17	6	-3

Çözüm:

		FİRMA B			Min.
		depozitulu damacana	depozitosuz damacana	bardak su	
FİRMA A	depozitulu damacana	12	20	9	9 ← Maks.
	depozitosuz damacana	-4	11	0	-4
	bardak su	17	6	-3	-3
Maks.		17	20	9 ↑ Min.	

Oyunun değeri =v= 9' dur.

A firması 9 kazanırken, B firması 9 kaybedecektir.

A firması depozitulu damacana su satışı stratejisini, B firması ise bardak su satışı stratejisini seçecektir.

Örnek:

İki oyuncu aynı anda taş, kağıt veya makas demektedirler. Söylenen kelimeler aynı olduğunda beraberlik söz konusu olmaktadır. Aksi halde, diğerinden daha güçlü olan nesnenin adını söyleyen oyuncu rakibinden 5 TL almaktadır.

Açıklama: Makas kağıdı kestiğinden makas kağıttan, kağıt taşı sardığından kağıt taştan, taş makası kırdığından taş makastan güçlüdür.

Soru: Oyunun kazanç matrisini düzenleyerek, oyuncuların stratejilerini belirleyiniz.

Çözüm:

		Sütun oyuncusu				
		Taş	Kağıt	Makas	Min.	
Satır oyuncusu	Taş	0	-5	5	-5	
	Kağıt	5	0	-5	-5	
	Makas	-5	5	0	-5	
		Maks.	5	5	5	

Oyunun değeri belirlenemez. Tepe noktası yoktur.

ÜSTÜN (BASKIN)STRATEJİ

- Bir oyunda yer alan stratejilerden biri herhangi birinden bir bakımdan üstün (baskın) ise bu oyunda üstün strateji vardır denilir. Ve bu baskın strateji, baskın olmayan stratejiyi eleyecektir.

	2. Rakibin Stratejileri			
1. Rakibin Stratejileri		S1	S2	S3
	S1	3000	4000	8000
	S2	2800	2000	7000
	S3	2000	4100	-2000

1.Rakip için S1 ve S2 stratejileri karşılaştırılır:

$3000 > 2800$ ve $4000 > 2000$ ve $8000 > 7000$ olduğu için S1 üstün stratejidir. S2 elenir.

		2. Rakibin Stratejileri		
		S1	S2	S3
1. Rakibin Stratejileri	S1	3000	4000	8000
	S2	2800	2000	7000
	S3	2000	4100	-2000

S2 stratejisi elendiğinden 1.Rakip için S1 ve S3 stratejileri karşılaştırılır:
 $3000 > 2000$ ve $4000 < 4100$ ve $8000 > -2000$ olduğu için üstünlük yoktur.

2.Rakip için S1 ve S2 stratejileri karşılaştırılır:
 $3000 \text{ kayıp} < 4000$ ve $2000 < 4100$ olduğu için S1 üstün stratejidir. S2 elenir.

		2. Rakibin Stratejileri		
		S1	S2	S3
1. Rakibin Stratejileri	S1	3000	4000	8000
	S2	2800	2000	7000
	S3	2000	4100	-2000

S2 stratejisi elendiğinden 2. Rakip için S1 ve S3 stratejileri karşılaştırılır:
 $3000 \text{ kayıp} < 8000$ ve $2000 > -2000$ kazanç olduğu için üstünlük yoktur.

ÜSTÜN STRATEJİLER

Aşağıdaki kazanç matrisine sahip oyunun üstün stratejilerini bulunuz.

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	7	0	6	3
A ₂	1	-1	3	1
A ₃	-3	0	5	1
A ₄	2	3	4	5

ÜSTÜN STRATEJİLER

- Aşağıdaki kazanç matrisine sahip oyunun üstün stratejilerini bulunuz.

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	7	0	6	3
A ₂	1	-1	3	1
A ₃	-3	0	5	1
A ₄	2	3	4	5

Satır oyuncusu için A₁ ve A₂ stratejileri karşılaştırılır:
 $7 > 1$ ve $0 > -1$ ve $6 > 3$ ve $3 > 1$ olduğu için A₁ üstün stratejidir ve A₂ elenir.

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	7	0	6	3
A₂	1	-1	3	1
A ₃	-3	0	5	1
A ₄	2	3	4	5

Satır oyuncusu için A1 ve A3 stratejileri karşılaştırılır:
 $7 > -3$ ve $0 = 0$ ve $6 > 5$ ve $3 > 1$ olduğu için A1 yine üstün stratejidir ve A3 elenir.

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	7	0	6	3
A₂	1	-1	3	1
A₃	-3	0	5	1
A ₄	2	3	4	5

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	7	0	6	3
A₂	1	-1	3	1
A₃	-3	0	5	1
A ₄	2	3	4	5

Satır oyuncusu için A1 ve A4 stratejileri karşılaştırılır:
 $7 > 2$ ve $0 < 3$ $0 < 3$ ve $6 > 4$ ve $3 < 1$ olduğu için üstünlük yoktur.

Sütun oyuncusu için B1 ve B2 stratejileri karşılaştırılır:
 $7 > 0$ ve $2 < 3$ olduğu için üstünlük yoktur.

Sütun oyuncusu için B1 ve B3 stratejileri karşılaştırılır:
 $7 > 6$ ve $2 < 4$ olduğu için üstünlük yoktur.

Sütun oyuncusu için B1 ve B4 stratejileri karşılaştırılır:
 $7 > 3$ ve $2 < 5$ olduğu için üstünlük yoktur.

EŞ STRATEJİLER

- Bir oyunun matrisinin bir satır veya sütununun tüm elemanları başka bir satır veya sütununun karşılıklı elemanlarına eşitse, bu stratejilere eş stratejiler denir.

EŞ STRATEJİLER

- Kazanç matrisi aşağıda verilen oyunun eş stratejilerini belirleyiniz.

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			
	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
X_1	1	2	3	1
X_2	3	6	1	3
X_3	0	5	4	0
X_4	1	2	3	1

- X_1 ve X_4 eş stratejidir.
- Y_1 ve Y_4 eş stratejidir.