

## TRANSPORT PROBLEMİ

Kaynaklardan hedeflere minimum maliyetle taşımacılık problemi olarak tanımlanmaktadır. Mamullerini kaynaklardan(arz noktalarından) hedeflere(talep noktalarına) en uygun maliyetle veya karlılıkla taşınması problemidir.

Yeni bir merkez(arz veya talep noktası) açılırken, Transport modelinin kurulması, yeni sistemin toplam üretim ve taşıma maliyetlerini minimize edecektir.

Transport problemlerinin çeşitli özel çözüm teknikleri mevcut olup bunlar; Kuzey-Batı Köşe yöntemi, Atlama Taşı yöntemi, VAM(Vogel's approximation method) metodu ve MODI yöntemidir.

**NOT:** Transport problemlerinde her arz noktasından her talep noktasına mamul gönderildiği varsayılmaktadır.

### 1. Kuzey-Batı Köşe Yöntemi

Kuzey-Batı Köşe yöntemi, transport problemine bir **başlangıç uygun çözümü** üretir.

- Kuzey-Batı'dan başlanarak, her satıra mümkün olan en yüksek miktarda yükleme yapılır,
- Varsa kalan miktar için, aynı satırda, öncelikle kuzey-batıdan sağa doğru gidilerek, gerekli miktar kadar gereken hücrelere yerleştirilir.
- Bu işlemler gerçekleştirilirken arz ve talep miktarlarının aşılmasına dikkat edilmelidir.

### ÖRNEK 1:

XYZ mobilya, Denizli, Edirne ve Uşak şehirlerindeki fabrikalarından, Adana, Bolu ve Çanakkale şehirlerindeki mağazalara ürettiği masalardan nakletmektedir. Her bir fabrikanın aylık üretim kapasitesi ve mağazaların aylık talepleri bilinmekte ve bu kapasite ve taleplere uygun maliyetli taşıma yapılmak istenmektedir. Firma tarafından, üretim maliyetinin her üç fabrikada da yaklaşık olarak eşit olduğu, dolayısıyla taşımada önemli olan faktörün her kaynaktan hedefe birim taşıma maliyeti olduğu tespit edilmiştir. Birim taşıma maliyetleri, fabrikalara göre üretim kapasiteleri ile mağaza talepleri aşağıdaki gibidir.

Fabrika Üretim Kapasitesi		Mağaza Talepleri	
Denizli	100	Adana	300
Edirne	300	Bolu	200
Uşak	300	Çanakkale	200
<b>TOPLAM</b>	<b>700</b>	<b>TOPLAM</b>	<b>700</b>

Birim Taşıma Maliyetleri			
	A	B	C
Denizli	5	4	3
Edirne	8	4	3
Uşak	9	7	5

**ÇÖZÜM:**

	Adana	Bolu	Çanakkale	Arz
Denizli	100	---	---	100
Edirne	200	100	---	300
Uşak	---	100	200	300
Talep	300	200	200	700

**Toplam Maliyet:**  $(100*5) + (200*8) + (100*4) + (100*7) + (200*5)$   
 $= 500 + 1600 + 400 + 700 + 1000 = 4200$  pb. olacaktır.

**2. ATLAMA TAŞI YÖNTEMİ**

Atlama taşı yöntemi başlangıç uygun çözümünden optimum çözüme iterasyonlarla erişmeye çalışan bir yöntemdir. Atlama taşı yöntemine göre yükleme yapılan merkez sayısı  $n + m - 1$  olmalıdır ( $n$  satır,  $m$  sütun sayısı). Aksi taktirde “dejenere” çözüm söz konusu olur. Daha önce Kuzey-Batı köşe yöntemiyle elde edilen başlangıç çözümünü dikkate alarak, bu çözümden daha iyi bir çözümün var olup-olmadığı Atlama Taşı Yöntemiyle incelenecektir.

**Atlama Taşı Yönteminin Adımları**

- Yükleme yapılmamış boş hücreler dikkate alınır.
- Yükleme yapılmamış bir hücre için, kapalı bir hat bulununcaya kadar tablo incelenir. Hat aramada sadece yatay ve düşey yönde ve saat yönünün tersinde hareket edilir.
- Yükleme yapılmamış hücre + ile, daha sonra erişilen dolu hücre ise – ile işaretlenir. İlerlemeye işaret değiştirerek devam edilir.
- İşaretler dikkate alınarak hücrelerdeki birim maliyet değerleri kullanılarak bir ilerleme indeksi hesaplanır.
- Yukarıdaki aşamalar bütün boş hücreler için tekrarlanır. Bütün ilerleme indeksi değerleri büyük veya eşit sıfır bulunduğu taktirde elde edilen çözüm optimumdur. Aksi taktirde negatif ilerleme indeksine sahip hatlar arasından mutlak değerce en büyüğü seçilir. Bu değer, çözümü en fazla ilerletecek hücreyi belirtmektedir. Bu hücre esas alınarak, ilgili kapalı hat üzerindeki – işaretli hücrelerdeki yükleme değerleri içinde en düşük seçilerek bütün + işaretli hücrelere bu miktar eklenip, hat üzerinde yer alan – işaretli hücrelerden bu değer çıkartılacaktır. Böylelikle taşımanın daha düşük maliyetli hücrelere yönlendirilmesi sağlanmaktadır.

**ÖRNEK 2:**

Boş olan Diyarbakır-Bolu hücresi için bulunan kapalı hat: DB, DA, EA ve EB'dir (bu hattın mutlaka dikdörtgen oluşturması şart değildir). Kapalı hattaki ilk hücreye (DB) + yazılıp erişilen her dolu hücrede işaret değiştirilir (ilerleme saat yönünün tersine olmalıdır). DB için elde edilen kapalı hatta ait ilerleme indeksi, ilgili hat boyunca yer alan birim maliyetler ve işaretlemelerle birlikte dikkate alınarak hesaplanmaktadır.

	Adana	Bolu	Çanakkale	Arz
<b>Diyarbakır</b>	100	---	---	<b>100</b>
<b>Edirne</b>	200	100	---	<b>300</b>
<b>Uşak</b>	---	100	200	<b>300</b>
<b>Talep</b>	<b>300</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>700</b>

**Boş hücreler için kapalı hatlar:**

DB: DB-DA+EA-EB

UA: UA-UB+EB-EA

DÇ: DÇ-DA+EA-EB+UB-UÇ

EÇ: EÇ-EB+UB-UÇ

**İlerleme İndeksi**

DB: 4-5+8-4 = 3

UA: 9-7+4-8 = -2 (!)

DÇ: 3-5+8-4+7-5 = 4

EÇ: 3-4+7-5 = 1

Elde edilen ilerleme indeks değerleri içinde yer alan negatif değer taşıyan hücre UA hattındadır(-2). (Birden fazla negatif değerli indeks değeri söz konusu olması durumunda mutlak değerce büyük olan indeks değerli hücre dikkate alınarak çözüm aranır). UA rotasına mümkün olduğunca masa gönderilmesi maliyetin birim başına 2 pb düşeceğine belirtmektedir.

	Adana	Bolu
<b>Edirne</b>	(-) 8 200	(+) 4 100
<b>Uşak</b>	(+) 9 ---	(-) 7 100

Taşıma maliyetini düşürmek için UA hücresine mümkün olduğu kadar fazla masa gönderilecektir. UA'ya gönderilebilecek en fazla masa miktarı, kapalı hat üzerindeki – işaretli hücrelerdeki minimum yükleme değeri ile sınırlıdır. – işaretli olan değerler 100 ve 200 olup, minimum değer 100'dür. Bu değer kapalı hat üzerinde yer alan + işaretli hücrelere ilave edilirken – işaretli hücrelerden çıkarılacaktır. Yeni durum aşağıdaki gibi olacaktır.

	Adana	Bolu
<b>Edirne</b>	(-) 8 100	(+) 4 200
<b>Uşak</b>	(+) 9 100	(-) 7 ---

Bu işlemten sonra transport tablosu aşağıdaki gibi olacaktır;

	Adana	Bolu	Çanakkale	Arz
<b>Denizli</b>	100	---	---	<b>100</b>
<b>Edirne</b>	100	200	---	<b>300</b>
<b>Uşak</b>	100	---	200	<b>300</b>
<b>Talep</b>	<b>300</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>700</b>

**Toplam Maliyet:**  $(100*5) + (100*8) + (100*9) + (200*4) + (200*5)$   
 $= 500 + 800 + 900 + 800 + 1000 = 4000$  pb. olacaktır.

Bir önceki tabloya göre 100 birim, birim başına 2 pb maliyet düşürecek şekilde yer değiştirilmiş, dolayısıyla maliyet  $4200 - 200 = 4000$  pb olarak bulunmuştur.

**Boş hücreler için kapalı hatlar:**

DB: DB-DA+EA-EB

DÇ: DÇ-DA+UA-UÇ

EÇ: EÇ-EA+UA-UÇ

UB: UB-EB+EA-UA

**İlerleme İndeksi**

DB:  $4-5+8-4 = 3$

DÇ:  $3-5+9-5 = 2$

EÇ:  $3-8+9-5 = -1(!)$

UB:  $7-4+8-9 = 2$

	Adana		Çanakkale	
<b>Edirne</b>	(-) 100	8	(+) ---	3
<b>Uşak</b>	(+) 100	9	(-) 200	5

Negatif işaretli hücrelerdeki yükleme değerleri içinde en düşük olan 100'dür. Negatif işaretli hücreler olan EA ve UÇ'den 100 çıkarılır ve + işaretli hücreler olan EÇ ve UA'ya 100 birim ilave edilirse;

	Adana		Çanakkale	
<b>Edirne</b>	(-) ---	8	(+) 100	3
<b>Uşak</b>	(+) 100	9	(-) 100	5

Şeklini alacaktır. Bu durumda Transport tablosu aşağıdaki gibi olacaktır;

	Adana	Bolu	Çanakkale	Arz
<b>Denizli</b>	5 100	4 ---	3 ---	100
<b>Edirne</b>	8 ---	4 200	3 100	300
<b>Uşak</b>	9 200	7 ---	5 100	300
<b>Talep</b>	300	200	200	700

**Toplam Maliyet:**  $(100*5) + (200*9) + (200*4) + (100*3) + (100*5)$   
 $= 500 + 1800 + 800 + 300 + 500 = 3900$  pb. olacaktır.

**Boş hücreler için kapalı hatlar:**

DB: DB-DA+UA-UÇ+EÇ-EB

DÇ: DÇ-DA+UA-UÇ

EA: EA-AU+UÇ-EÇ

UB: UB-UÇ+EÇ-EB

**İlerleme İndeksi**

DB:  $4-5+9-5+3-4 = 2$

DÇ:  $3-5+9-5 = 2$

EÇ:  $8-9+5-3 = 1$

UB:  $7-5+3-4 = 1$

Çözümü ilerletebilecek herhangi bir negatif ilerleme indeksi kalmamıştır. Dolayısıyla elde edilen çözüm optimumdur.

### 3. VAM YÖNTEMİ(Vogel's approximation method)

Transport problemlerinde bir başlangıç çözümü oluşturmak üzere KBK Yöntemine ilave olarak bir diğer teknik olan VAM önerilmektedir. VAM basit olmasının yanında oldukça iyi, hatta zaman zaman başlangıç tablosunda optimum çözümün elde edilebildiği bir yöntem olarak adlandırılmaktadır.

VAM yönteminde, her bir rotadaki maliyetler dikkate alınarak iyi bir başlangıç çözümü oluşturulmasına çalışılmaktadır. VAM'da her satır ve sütun için, en iyi ikinci rotaya yükleme yapılması halindeki ceza değerleri hesaplanmaktadır.

#### VAM Yönteminin Adımları:

- Her satır ve sütun için en düşük iki maliyet seçilip, bu maliyetler arasındaki fark hesaplanır(fırsat maliyeti olarak adlandırılan bu fark en iyi rotanın kullanılmamasının maliyetini yansıtmaktadır).
- Satır-sütunlar incelenerek, en yüksek fırsat maliyeti belirlenir.
- En yüksek fırsat maliyetini veren satır/sütundaki, en düşük maliyetli hücreye mümkün olan en yüksek miktarda yükleme yapılır.
- Tamamı yüklenmiş satır/sütun elenir.
- Geriye kalan indirgenmiş matris için maliyet farkları yeniden hesaplanır.
- İkinci adıma dönülerek bütün adımlar tekrarlanır ve böylelikle bir başlangıç çözümü elde edilmeye çalışılır.

#### **ÖRNEK 3:**

Aşağıdaki tabloda tanımlanan Transport probleminin optimal çözümünü VAM yöntemiyle belirleyiniz.

	Adana	Bolu	Çanakkale	Arz
Denizli	5	4	3	100
Edirne	8	4	3	300
Uşak	9	7	5	300
Talep	300	200	200	700

#### **ÇÖZÜM:**

	Adana	Bolu	Çanakkale	Arz	FARKLAR
Denizli	5	4	3	100	4-3=1
Edirne	8	4	3	300	4-3=1
Uşak	9	7	5	300	7-5=2
Talep	300	200	200	700	
FARKLAR	8-5=3*	4-4=0	3-3=0		

En yüksek fark Adana sütununda bulunmuştur. Bu sütunda yer alan en düşük maliyetli hücreye atama yapılır. Bu hücre 5 pb maliyetle DA'dır.

	Adana	Bolu	Çanakkale	Arz	FARKLAR
	5	4	3		
<b>Denizli</b>	<b>100</b>			<b>100</b>	<b>4-3=1</b>
<b>Edirne</b>	8	4	3	<b>300</b>	<b>4-3=1</b>
<b>Uşak</b>	9	7	5	<b>300</b>	<b>7-5=2</b>
<b>Talep</b>	<b>300</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>700</b>	
<b>FARKLAR</b>	<b>8-5=3*</b>	<b>4-4=0</b>	<b>3-3=0</b>		

Bu işlemden sonra Denizli fabrikasının arz'ı biteceğinden bu satır çözümden çıkarılarak yeniden hesaplamalar gerçekleştirilir. Tekrar eden işlemler aşağıdaki gibi gerçekleştirilir.

	Adana	Bolu	Çanakkale	Arz	FARKLAR
	5	4	3		
<b>Denizli</b>	<b>100</b>			<b>100</b>	<b>4-3=1</b>
<b>Edirne</b>	8	<b>200</b>	3	<b>300</b>	<b>4-3=1</b>
<b>Uşak</b>	9	7	5	<b>300</b>	<b>7-5=2</b>
<b>Talep</b>	<b>300</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>700</b>	
<b>FARKLAR</b>	<b>9-8=1</b>	<b>7-4=3*</b>	<b>5-3=2</b>		

	Adana	Bolu	Çanakkale	Arz	FARKLAR
	5	4	3		
<b>Denizli</b>	<b>100</b>			<b>100</b>	<b>4-3=1</b>
<b>Edirne</b>	8	<b>200</b>	<b>100</b>	<b>300</b>	<b>8-3=5*</b>
<b>Uşak</b>	9	7	5	<b>300</b>	<b>9-5=4</b>
<b>Talep</b>	<b>300</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>700</b>	
<b>FARKLAR</b>	<b>9-8=1</b>	<b>7-4=3*</b>	<b>5-3=2</b>		

**Toplam Maliyet:**  $(100*5) + (200*9) + (200*4) + (100*3) + (100*5)$   
 $= 500 + 1800 + 800 + 300 + 500 = 3900$  pb. olacaktır.

**NOT:** Atlama taşı yöntemi kullanarak çözümün optimal olup olmadığı araştırılmalıdır.

#### ÖRNEK 4:

X işletmesi kişisel bilgisayarlar için işlemci(CPU) üretmektedir. İşlemciler Seattle, Columbus ve New York'ta üretilip sonraki dağıtım için Denver, Washington ve Los Angeles'taki depolara taşınmaktadır. Aşağıdaki tablo üretim merkezlerindeki mevcut işlemci sayısını ve her bir deponun talep ettiği işlemci sayısını göstermektedir.

	Denver	Washington	Los Angeles	Eldeki CPU
Seattle	21	15	24	300
Columbus	10	10	8	500
New York	12	18	9	100
<b>CPU Talebi</b>	<b>200</b>	<b>400</b>	<b>300</b>	<b>900</b>

Aşağıdaki transport yöntemlerini kullanarak probleme çözüm üretiniz.

- Kuzeybatı Köşe Yöntemi
- Atlama Taşı Yöntemi
- VAM

### ÇÖZÜM:

#### a. Kuzeybatı Köşe Yöntemi

	Denver	Washington	Los Angeles	Eldeki CPU
Seattle	21 200	15 100	24	300
Columbus	10	10 300	8 200	500
New York	12	18	9 100	100
<b>CPU Talebi</b>	<b>200</b>	<b>400</b>	<b>300</b>	<b>900</b>

**Toplam Maliyet:**  $(200 \cdot 21) + (100 \cdot 15) + (300 \cdot 10) + (200 \cdot 8) + (100 \cdot 9)$   
 $= 4200 + 1500 + 3000 + 1600 + 900 = 11200$  pb. olacaktır.

### b. Atlama Taşı Yöntemi

Kuzeybatı köşe yöntemi ile elde edilen başlangıç çözümü kullanılarak daha iyi bir alternatif olup olmadığı araştırılır. Yöntemin çalışması için (satır sayısı + sütun sayısı -1) adet yükleme yapılmış olması gerekir. KBK ile  $3 + 3 - 1 = 5$  yükleme yapılmış olduğundan Atlama Taşı Yöntemi kullanılabilir.

	Denver	Washington	Los Angeles	Eldeki CPU
Seattle	200   21	100   15	200   24	300
Columbus	200   10	300   10	200   8	500
New York	200   12	300   18	100   9	100
CPU Talebi	200	400	300	900

#### Boş hücreler için kapalı hatlar:

SL: SL-SW+CW-CL

CD: CD-CW+SW-SD

ND: ND-NL+CL-CW+SW-SD

NW: NW-NL+CL-CW

#### İlerleme İndeksi

SL:  $24-15+10-8 = 11$

CD:  $10-10+15-21 = -6$

ND:  $12-9+8-10+15-21 = -5$

NW:  $18-9+8-10 = 7$

	Denver	Washington	Los Angeles	Eldeki CPU
Seattle	200   21	300   15	200   24	300
Columbus	200   10	100   10	200   8	500
New York	200   12	300   18	100   9	100
CPU Talebi	200	400	300	900

**Toplam Maliyet:**  $(200*10) + (300*15) + (100*10) + (200*8) + (100*9)$   
 $= 2000 + 4500 + 1000 + 1600 + 900 = 10000$  pb. olacaktır.

#### Boş hücreler için kapalı hatlar:

SL: SL-SW+CW-CL

SD: SD-CD+CW-SW

ND: ND-NL+CL-CD

NW: NW-NL+CL-CW

#### İlerleme İndeksi

SL:  $24-15+10-8 = 11$

SD:  $21-10+10-15 = 6$

ND:  $12-9+8-10 = 1$

NW:  $18-9+8-10 = 7$

**Negatif değerli ilerleme indeks değeri olmadığından çözüm optimumdur.**



## c. VAM Yöntemi

	Denver	Washington	Los Angeles	Eldeki CPU	1. Farklar	2. Farklar
Seattle	21	15	24	300	6*	-
Columbus	10	10	8	500	2	2
New York	12	18	9	100	3	2
CPU Talebi	200	400	300	900		
1. Farklar	2	5	1	900		
2. Farklar	2	8*	1	900		

Toplam Maliyet    2200                    5500                    2400                    10100

**Boş hücreler için kapalı hatlar:**

SL: SL-SW+CW-CL

SD: SD-CD+CW-SW

NL: NL-CL+CD-ND

NW: NW-CW+CD-ND

**İlerleme İndeksi**

SL: 24-15+10-8 = 11

SD: 21-10+10-15 = 6

ND: 9-8+10-12 = -1

NW: 18-10+10-12 = 7

	Denver	Washington	Los Angeles	Eldeki CPU
Seattle	21	15	24	300
Columbus	10	10	8	500
New York	12	18	9	100
CPU Talebi	200	400	300	900

**Toplam Maliyet:** (200\*10) + (300\*15) + (100\*10) + (200\*8) + (100\*9)  
= 2000 + 4500 + 1000 + 1600 + 900 = 10000 pb. olacaktır.